Sèrie 1

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. *Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.*
2. *Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, els processos, els passos a seguir, les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.*
3. *En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de manera lògica la resposta, analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.*
4. *Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Es valorarà un raonament correcte tot i que el resultat sigui erroni. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.*
5. *Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior i aquest resultat és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric i tenir en compte el procediment de resolució.*
6. *Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requisits de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.*
7. *Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Es consideren errors d'unitats els següents: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient en què numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat* a) *val 1,25 punts i només hi ha un error en les unitats, s'haurà de puntuar amb 1 punt.*
8. *Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat* a) *val 1,25 punts i només hi ha un error en els càlculs, s'haurà de puntuar amb 1 punt.*
9. *Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.*
10. *Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.*
11. *Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (sis xifres significatives) o molt petit (una xifra significativa) es penalitzarà amb 0,1 punts.*

P1)

a)

Per trobar l'expressió de la velocitat orbital

0,10 p. Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el satèl·lit degut a l'atracció de Mercuri és:

$$F = G\,\frac{M_{MPO}M_M}{r^2}$$

0,10 p. La segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = M_{MPO}\vec{a}$

0,15 p. D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de Mercuri, la seva acceleració és l'acceleració centrípeta: $a = v^2/r$

0,15 p. Com que sobre el satèl·lit sols actua la força de la gravetat:

$$G\,\frac{M_{MPO}M_M}{r^2} = M_{MPO}v^2/r \Rightarrow v = \sqrt{G\,\frac{M_M}{\mathrm{r}}}$$

0,25 p. Utilitzant l'expressió obtenim el valor de la velocitat orbital per la MPO:

$$v_{MPO} = \sqrt{G\,\frac{M_M}{\mathrm{r}}} = \sqrt{6{,}67\times10^{-11}\,\frac{3{,}285\times10^{23}}{3{,}36\times10^{6}}} = 2{,}55\times10^{3}\ \mathrm{m/s}$$

0,25 p. Per saber el nombre de voltes que fa la MPO durant un any terrestre hem de comparar els dos temps.

El període de la MPO: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\ 3{,}36\times10^{6}}{2{,}55\times10^{3}} = 8{,}28\times10^{3}\ s$

0,25 p. I un any amb segons: $t_{any} = 365{,}25\ dies\,\frac{24h}{1\ \mathrm{dia}}\,\frac{3600\ s}{1\mathrm{h}} = 3{,}16\ \times10^{7}\ s$

$$n_{voltes/any} = \frac{t_{any}}{T} = \frac{3{,}16\ \times10^{7}}{8{,}28\times10^{3}} = 3816\ voltes$$

***b*)**

0,5 p. L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i la potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_{MPO} v^2 - G\,\frac{M_{MPO} M_M}{r} = \frac{1}{2} M_{MPO} G\,\frac{M_M}{\mathrm{r}} - G\,\frac{M_{MPO} M_M}{r} = -\frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$$

Càlcul de la massa:

0,5 p. Per escapar del camp gravitatori de Mercuri, l'energia mecànica final ha de ser nul·la. Per tant, l'increment d'energia necessari és:

$$\Delta E_m = E_{m\,final} - E_{m\,inicial} = 0 + \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$$

0,25 p. El màxim increment d'energia mecànica possible és l'energia que pot proporcionar el combustible, per tant: $\Delta E_m = 4{,}5\ \times 10^9\,J = \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$

i la massa màxima d'MPO: $M_{MPO} = \frac{\Delta E_m 2r}{G M_M} = 1{,}38\ \times 10^3\ kg$

O alternativament:

0,25 p. El treball fet pels motors amb el combustible és igual a l'increment d'energia mecànica $W_{motors} = \Delta E_m$ i, per tant, $W_{motors} = E_{m\,final} - E_{m\,inicial}$

0,5 p. Per tant, $W_{motors} = 4{,}5\ \times 10^9\,J = 0 + \frac{G M_{MPO} M_M}{2r}$

I la massa màxima d'MPO és $M_{MPO} = \frac{W_{motors}\,2r}{G M_M} = 1{,}38\ \times 10^3\ kg$

P2)

***a*)**

0,25 p. L'equació de la posició vertical és la component del vector posició de la massa respecte del centre del disc que podem escriure en funció de l'angle θ respecte de l'eix vertical *y*. L'angle augmenta linealment amb el temps i proporcionalment a la velocitat angular $\theta = \omega t + \varphi_0$. I, per tant: $y(t) = A\cos(\theta) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

0,25 p. Per escriure l'equació necessitem l'amplitud, que és el radi A=0,19 m, la velocitat angular ω =6,41 rad/s i la fase inicial l'obtenim de l'instant inicial t=0 en què la posició és -A

0,25 p. Càlcul de la posició:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$y(0) = -A = A\cos(\varphi_0)$ i $-1 = \cos(\varphi_0)\,, \varphi = \arccos(-1) = \pi\ rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\ t + \pi)\ m$ i *t* en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\ t)\ m$ i *t* en segons.

Si es considera el sentit positiu cap avall:

$y(0) = A = A\cos(\varphi_0)$ i $1 = \cos(\varphi_0)\,, \varphi = \arccos(1) = 0\ rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\ t)\ m$ i *t* en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\ t + \pi)\ m$ i *t* en segons.

0,25 p. Les velocitats angulars de les dues masses són iguals; per tant, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ i $k = \omega^2 m = 6{,}41^2 \cdot 0{,}5 = 20{,}54\ N/m$.

0,25 p. L'energia mecànica és $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 0{,}5 \cdot 20{,}54 \cdot 0{,}19^2 = 0{,}371\ J$

***b*)**

0,25 p. Càlcul de la velocitat:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\, t + \pi) = -1{,}218 \sin(6{,}41\, t + \pi)\ m/s$$i

Si es considera el sentit positiu cap avall:

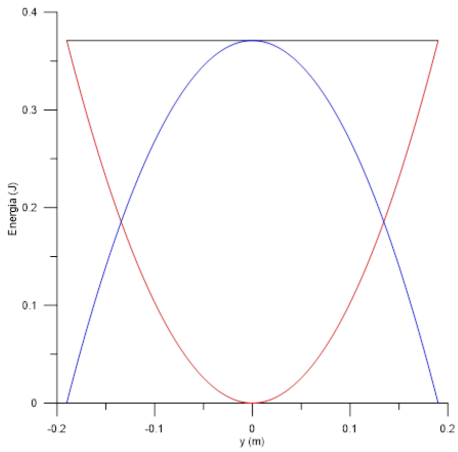
$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\, t) = -1{,}218 \sin(6{,}41\, t)\ m/s$$

0,25 p. L'energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0{,}5 \cdot 1{,}218^2\, sin^2(6{,}41\, t + \pi)\ = 0{,}371\, sin^2(6{,}41\, t + \pi)\ \ J$$

o bé $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0{,}5 \cdot 1{,}218^2\, sin^2(6{,}41\, t)\ = 0{,}371\, sin^2(6{,}41\, t)\ \ J$

Gràfica:



$E_m = 0{,}371\, J$, $E_p = \frac{1}{2} k y^2 = 10{,}27 y^2\, J$,

$E_c = E_m - E_p = 0{,}371 - 10{,}27 y^2\, J$

0,25 p. Representació de l'Em

0,25 p. Representació de l'Ep

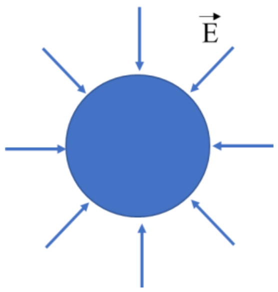
0,25 p. Representació de l'Ec

Si l'escalatge no és correcte, s'han de restar 0,25 punts.

P3)

***a*)**

0,5 p. Dibuix: el camp elèctric està dirigit cap a càrregues negatives i radial per la geometria esfèrica:



0,5 p. L'enunciat ens diu que el camp elèctric és el generat per tota la càrrega al centre de l'esfera. Sabem que el mòdul de camp elèctric en aquest cas és:

$$|\vec{E}| = k\frac{q}{r^2}$$

0,15 p. Per tant, la càrrega és: $|q| = \frac{|E|r^2}{k} = \frac{150\cdot(6{,}37\ 10^6)^2}{8{,}99\ 10^9} = 6{,}77 \cdot 10^5\ C$

0,10 p. Per considerar que la càrrega és negativa: $q = -6{,}77 \cdot 10^5\ C$

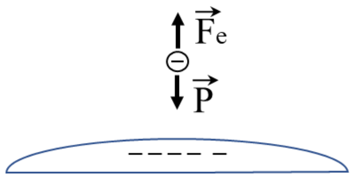
***b*)**

0,25 p. El seu mòdul serà: $|\vec{F}_e| = q|E| = 1{,}602\ 10^{-19} \cdot 150 = 2{,}403\ 10^{-17} N$

0,5 p. El pes de la gota d'aigua ha de ser igual a la força elèctrica creada pel camp ja calculada:

$|\vec{F}_e| = |\vec{P}| = mg$ i, per tant, $m = \frac{|\vec{F}_e|}{g} = \frac{2{,}403\ 10^{-17}}{9{,}81} = 2{,}45\ \ 10^{-18}\ kg$

0,25 p. Esquema: la força elèctrica, contrària al camp elèctric. S'oposa al pes.



0,25 p. Per calcular el diàmetre de la gota, sabem que la massa de la gota és el seu volum per la densitat de l'aigua $m = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$ i trobem el radi:

$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 2{,}45\ \ 10^{-18}}{4\pi\cdot 10^3}} = 0{,}836 \cdot 10^{-7}\ m$. El diàmetre és dues vegades el radi,

$d = 1{,}67 \cdot 10^{-7}\ m = 0{,}167 \mu m = 167 nm$

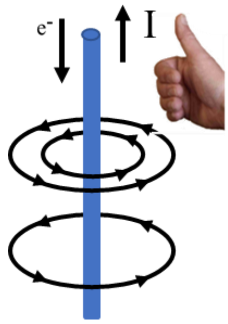
P4)

***a*)**

0,5 p. El camp magnètic màxim a 10 cm = 0,1 m el calculem a partir de la intensitat màxima 10^5 A i l'expressió del mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit:

$$B_{max} = \frac{\mu_0 I_{max}}{2\pi r} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10^5}{2\pi\cdot 0{,}1} = 0{,}2\ \mathrm{T}$$

Dibuix:



0,10 p. La transferència de càrrega negativa del núvol cap a terra.

0,20 p. La direcció de la intensitat de corrent cap amunt.

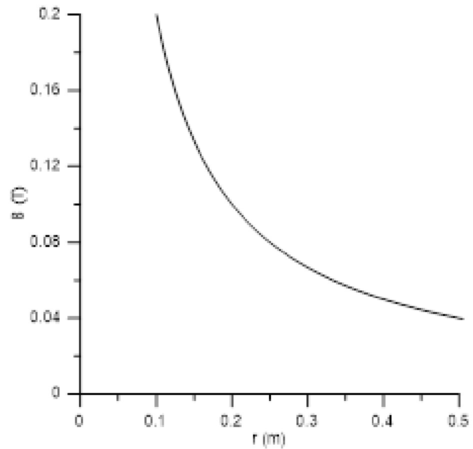
0,20 p. Les línies de camp són línies concèntriques al voltant d'un fil infinit.

0,25 p. El sentit de les línies de camp magnètic al voltant del parallamps ens el dona la regla de la mà dreta o equivalent.

***b*)**

0,75 p. Gràfica. Calculem alguns punts del camp per representar-lo.

Per exemple: (B(0,1m)=0,2T, B(0,2m)=0,1T, B(0,3m)=0,0667T, B(0,4m)=0,05T, B(0,5m)=0,04T)

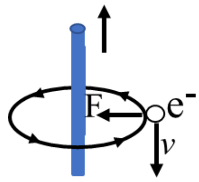


No incloure títol en l'eix resta 0,1 p.

No incloure unitats en l'eix resta 0,2 p.

0,25 p. La força magnètica sobre l'electró és $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$. El camp magnètic i la velocitat són perpendiculars i, per tant, el mòdul de la força magnètica serà $|\vec{F}| = qvB = 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot 10^3\cdot 0{,}2 = 3{,}2\cdot 10^{-17}\ N$

0,25 p. La regla de la mà dreta (o equivalent) i el signe de la càrrega ens indica que la força serà en direcció i sentit cap al parallamps.



P5)

a)

0,5 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $100 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{10} \cdot 10^{-12} = 10^{-2} W/m^2$.

0,5 p. La potència emesa pel petard suposant que el so es reparteix en una superfície esfèrica: $P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-2} 4\pi \cdot 50^2 = 314{,}16\, W$.

0,25 p. L'energia sonora alliberada: $E = P \cdot t = 314{,}16 \cdot 0{,}03 = 9{,}42\, J$.

b)

0,25 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $90 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{9} \cdot 10^{-12} = 10^{-3} W/m^2$.

Càlcul de l'alçada:

0,25 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i obtenim la distància a la qual es trobava el petard utilitzant la mateixa relació:

$$P = I \cdot 4\pi r^2,\ r^2 = \frac{P}{4\pi \cdot I} = \frac{314{,}16}{4\pi \cdot 10^{-3}} = 25000\, m^2\ ,\ r = 158{,}11\, m$$

0,25 p. Utilitzant el teorema de Pitàgores obtenim l'alçada a la qual esclata el coet:

$$h = \sqrt{158{,}11^2 - 50^2} = 150\, m$$

O alternativament:

0,5 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i, per tant, entre les intensitats i les distàncies hi ha la relació següent:

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ per tant $\frac{10^{-3} W/m^2}{10^{-2} W/m^2} = 0{,}1 = \frac{50^2}{h^2 + 50^2}$ i per tant $h^2 + 50^2 = 10 \cdot 50^2$,

$h^2 = 9 \cdot 50^2$, $h = 3 \cdot 50 = 150m$

0,5 p. La intensitat sonora generada per dos coets pot ser calculada sabent que la potencia i la intensitat del so es doblaran. Per tant: $\beta = 10 \log\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 103\, dB$.

P6)

a)

0,5 p. Si imposem la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica tenim:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow \, ^{4}_{2}H + \, ^{206}_{82}Pb$$

0,25 p. Per trobar l'activitat després d'una setmana, utilitzem l'equació de l'activitat $A(t) \; = A_0 \, e^{-\lambda t}$, en què l'activitat inicial és: $A_0 \; = 1{,}66 \cdot 10^{14} \frac{Bq}{g} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \; g = 8{,}3 \cdot 10^{11} \; Bq$

0,25 p. Necessitem el coeficient de desintegració λ, que obtenim del temps de semidesintegració:

$A(t) = \frac{A_0}{2} \; = A_0 \, e^{-\lambda t_{1/2}}$ i per tant, $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$.

Directament obtenim $\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}} = \frac{ln2}{138} = 5{,}023 \cdot 10^{-3} dies^{-1}$

0,25 p. L'activitat després de set dies és: $A = A_0 \, e^{-\lambda t} = 8{,}3 \cdot 10^{11} \, e^{-5{,}023 \cdot 10^{-3} \cdot 7} = 8{,}01 \cdot 10^{11} Bq$

b)

0,25 p. El treball realitzat pel camp elèctric és menys l'increment d'energia potencial:

$$W = -\Delta U = -q \cdot \Delta V$$

0,25 p. En portar el primer electró des de l'infinit (distància molt gran), el camp elèctric i potencial elèctric existents són els creats per la partícula alfa. El potencial inicial és nul $V_i = 0$ i el final serà $V_{f1} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha}{\mathrm{r}}$, en què *r* és la distància final, r=0,6 × 10^{-10} m; per tant: $\Delta V_1 = 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} = 48{,}006 \; V$ i el treball fet pel camp elèctric durant el desplaçament del primer electró és $W_{e1} = -\mathrm{q}_e \cdot \Delta V_1 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 48{,}006 = 7{,}69 \cdot 10^{-18} \; J$.

0,25 p. En portar el segon electró des de l'infinit, el potencial elèctric existent és el creat per la partícula alfa i l'electró. El potencial inicial és nul i el final serà $V_{f2} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha}{\mathrm{r}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_e}{2\mathrm{r}}$, per tant: $\Delta V_2 = 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} - 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-10}} = 36{,}005 \; V$, i el treball pel segon electró és $W_{e2} = -\mathrm{q}_e \cdot \Delta V_2 = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 36{,}005 = 5{,}77 \cdot 10^{-18} \; J$.

L'energia potencial final:

0,50 p. L'energia potencial de la configuració final és menys el treball total fet pel camp, ja que l'energia potencial inicial era nul·la:

$$W_{total} = W_{e1} + W_{e2} = 7{,}69 \cdot 10^{-18} + 5{,}77 \cdot 10^{-18} = 1.346 \cdot 10^{-17}\,J$$

$\Delta U = U_f - U_i = -W$, i, per tant, l'energia potencial final és $U_f = -1.346 \cdot 10^{-17}\,J$

O alternativament:

0,50 p. Calculem l'energia potencial electroestàtica del sistema final com a suma dels termes d'energia potencial per parelles:

$$U_{Sistema} = U_{e-He} + U_{e-He} + U_{e-e} = 2U_{e-He} + U_{e-e}$$

$$U_{Sistema} = 2\mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_\alpha \mathrm{q}_e}{\mathrm{r}} + \mathrm{k}\frac{\mathrm{q}_e \mathrm{q}_e}{2\mathrm{r}} = 2 \cdot 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot (-1{,}602 \cdot 10^{-19})}{0{,}6 \cdot 10^{-10}} + 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-1{,}602 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-10}} = -1.346 \cdot 10^{-17}\,J$$

P7)

***a*)**

0, 25 p. La longitud d'ona llindar $\lambda_0 = 650 \cdot 10^{-9}\ m$ és la longitud d'ona més alta per la qual tenim efecte fotoelèctric. Correspon a una freqüència: $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 4{,}62 \times 10^{14}$ Hz.

0, 25 p. El treball d'extracció del metall és l'energia mínima per extreure l'electró: $hf = E_C + W_0$, per tant, per E_c=0, $W_0 = hf_0$ i fent el càlcul obtenim:

$$W_0 = hf_0 = 6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 4{,}62 \times 10^{14} = 3{,}06 \cdot 10^{-19}\ J = 1{,}91\ eV$$

0, 25 p. El potencial de frenada és el voltatge que necessitem aplicar per frenar els electrons amb més energia cinètica: $\Delta U = |\,e|\Delta V = Ec$

0, 25 p. Calculem l'energia cinètica amb què surten els electrons per 300 nm. Primer, calculem la freqüència corresponent: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 1{,}00 \times 10^{15}$ Hzi. I, seguidament, l'energia cinètica amb què surten és:

$$E_C = hf - W_0 = 6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 1{,}00 \times 10^{15} - 3{,}06 \cdot 10^{-19} = 3{,}57 \cdot 10^{-19}\ J$$

0, 25 p. L'energia cinètica es contraresta amb una energia potencial elèctrica d'igual mòdul: $\Delta U = q \cdot \Delta V$ i, per tant, el potencial de frenada ha de ser $\Delta V = \frac{Ec}{|\,e|} = \frac{3{,}57 \cdot 10^{-19}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 2{,}23\ V$.

***b*)**

0,5 p. A partir de l'equació de l'energia cinètica ja utilitzada tenim $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = hf - W_0$, i posant la freqüència en funció de la longitud d'ona s'obté: $v = \sqrt{\frac{2}{m}(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}$.

Introduint els valors corresponents: $v(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}(\frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} - 3{,}06 \cdot 10^{-19})}\ \frac{m}{s}$, per tant, l'expressió és $v(\lambda) = \sqrt{\frac{4{,}36 \cdot 10^5}{\lambda} - 6{,}61 \cdot 10^{11}}\ \frac{m}{s}$

0,25 p. La velocitat per 500 nm: $v(500nm) = \sqrt{\frac{4{,}36 \cdot 10^5}{500 \cdot 10^{-9}} - 6{,}61 \cdot 10^{11}} = 4{,}59 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$

0,5 p. La longitud d'ona de De Broglie la calculem a partir de la quantitat de moviment de l'electró i la relació de De Broglie: $p = mv = \frac{h}{\lambda}$.

Per tant, $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 4{,}59 \cdot 10^5} = 1{,}58 \cdot 10^{-9} m = 1{,}58\ nm$.